



Ball on Ferrite Rod

Problem No. 11

Úvodní soustředění

Kulička na feritové tyčce

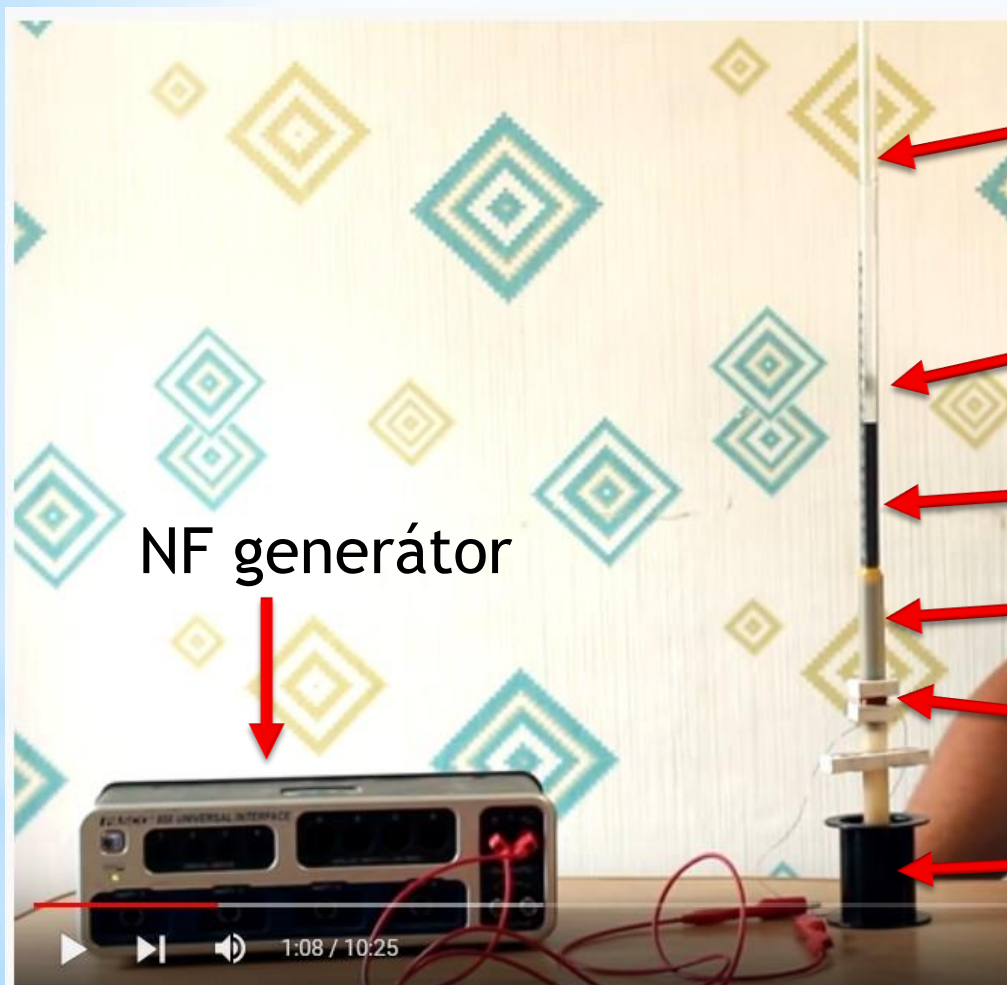
úloha č. 11

Zadání

A ferrite rod is placed at the bottom end of a vertical tube. Apply an ac voltage, of a frequency of the same order as the natural frequency of the rod, to a fine wire coil wrapped around its lower end. When a ball is placed on top of the rod, it will start to bounce. Explain and investigate this phenomenon.

Umístěte na spodní konec feritové tyčky cívku navinutou z tenkého drátu a vložte tyčku do svislé trubky. Přiložte na cívku střídavé napětí o frekvenci stejného řádu, jako je vlastní frekvence tyčky. Položíte-li na horní konec tyčky v trubce kuličku, začne poskakovat. Vysvětlete a prozkoumejte tento jev.

Co si pod tím představit?



Skleněná trubička

Kulička

Feritová tyčka

Trubička

Cívka

Držák - stojan

NF generátor

Prvotní úvaha

V tyčce jsou buzeny podélné kmity pomocí magnetostrikce. Kulička slouží ke zviditelnění kmitů. Toť vše. Úloha cílí na magnetostrikci.

Ne !

Hledaný efekt je někde jinde.

Následná úvaha

Tyčka slouží pouze k buzení kuličky
ve svislém směru.

Podstatný je pohyb kuličky.

To je hlavní cíl úlohy.

Proč?

Tyčka má větší zrychlení než $1g \Rightarrow$ Beztížný stav kuličky.

Kulička má zrychlení právě $1g$.



Kulička poskakuje s vlastní frekvencí odlišnou od frekvence kmitů tyčky.

Úloha vede na chaos!!

Kmity tyčinky

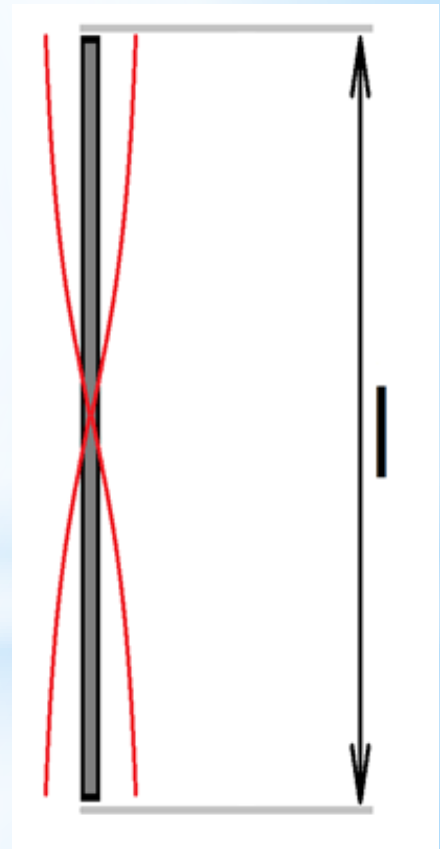
Tyčka kmitá na rezonanční frekvenci vlastních kmitů.

Podélné kmity feritové tyčky

Stojaté vlnění \Rightarrow odhadneme frekvenci kmitů

$$l = \frac{\lambda}{2} \quad f_{r1} = \frac{c}{\lambda} \quad \longrightarrow \quad f_{r1} = \frac{c}{2l}$$

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \longrightarrow \quad f_{r1} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$



Kmity tyčinky

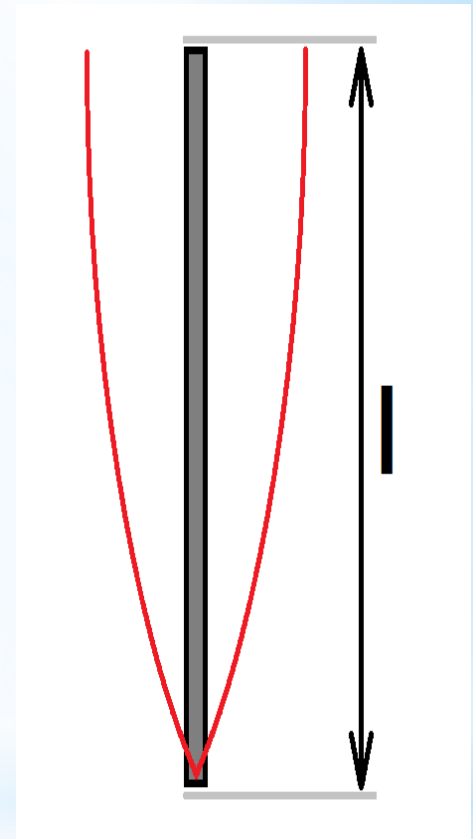
Jiný model kmitání.

$$l = \frac{\lambda}{4}$$

$$f_{r2} = \frac{c}{\lambda}$$



$$f_{r2} = \frac{c}{4l}$$



$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$



$$f_{r2} = \frac{1}{4l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Odhad rezonanční frekvence

Materiálové konstanty:

Např. www.ABCMAGNET.cz

Pozor na českých webech je chybně E !

$E=150,103 \text{ N/mm}^2$ tj. $150,103 \text{ MPa}$

To je málo! ($E_{Al}=70 \text{ GPa}$)

Správně:

$E=150,103 \text{ kN/mm}^2$ tj. $150,103 \text{ GPa}$

Odhad rezonanční frekvence

Materiálové konstanty:

$$E=150,103 \text{ GPa}$$

$$\rho=4900-5100 \text{ kg/m}^3$$

Tady je vidět stupnice

Délka tyčky odhadem z obrázku:

$$l=20-30 \text{ cm}$$



Odhad rezonanční frekvence

$E=150,103 \text{ GPa}$; $\rho=4900\text{-}5100 \text{ kg/m}^3$; $l=20\text{-}30 \text{ cm}$

$$f_{r1} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \frac{1}{2 \cdot 0,3} \sqrt{\frac{150 \cdot 10^9}{5000}} = \mathbf{9128 \text{ Hz}}$$

nebo

$$f_{r2} = \frac{1}{4l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \frac{1}{4 \cdot 0,3} \sqrt{\frac{150 \cdot 10^9}{5000}} = \mathbf{4564 \text{ Hz}}$$

Rezonanční frekvence cca 10 kHz, resp. 5kHz.

Odhad zrychlení konce tyčinky

Pro harmonické kmitání:

$$y = A \cdot \sin(\omega t)$$

$$a = -a_{max} \cdot \sin(\omega t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t)$$

$$a_{max} = A \cdot \omega^2 = 4 \cdot A \cdot \pi^2 \cdot f^2$$

$$a_{max} = A \cdot \omega^2 = 4 \cdot A \cdot \pi^2 \cdot f^2$$

Chceme: $4 \cdot A \cdot \pi^2 \cdot f^2 > g$

$$\pi^2 \doteq g$$



$$4 \cdot A \cdot f^2 > 1$$

Pro jakou amplitudu nastane?

$$4 \cdot A \cdot f^2 > 1$$

$$f = (5 \cdot 10^3 - 10^4) \text{ Hz}$$



$$4 \cdot f^2 = (1 - 4) \cdot 10^8 \text{ Hz}^2$$



$$A > 10^{-8} \text{ m (tj. } 10 \text{ nm)}$$

Vypadá reálně

Více o magnetostrickci

Třeba zde:

Bakalářská práce ze ZČU:

Magnetostrickce u speciálních materiálů v elektrotechnice

<https://dspace5.zcu.cz/handle/11025/23093>

Odhad frekvence skoků kuličky

Vrh svisle vzhůru:

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \frac{1}{2} m v_0^2 = m g h$$

Dojdeme ke vztahům pro periodu a frekvenci:

$$T_k = \frac{2v_0}{g} \quad \text{nebo} \quad T_k = \sqrt{\frac{8h}{g}}$$

$$f_k = \frac{g}{2v_0} \quad \text{nebo} \quad f_k = \sqrt{\frac{g}{8h}}$$

Odhad frekvence skoků kuličky

Odhad frekvence z výšky skoku na obrázku:

$$h = 11\text{cm}$$

$$f_k = \sqrt{\frac{g}{8h}} = \sqrt{\frac{9,81}{8 \cdot 0,11}} \doteq 3,3 \text{ Hz}$$

$$f_k \ll f_r$$

Vznik rázů a chaotického chování

Co s úlohou?

- Analýza obrazového záznamu, třídění případů podle výšky výskoku
- Simulace situace
- Srovnání simulace a analýzy experimentu
- Odmítnout?

Simulace

Inspirace z videa:

Časy nárazů kuličky do tyčky:

$$t_{n+1} = t_n + \frac{2v_n}{g}$$

Předpokládáme, že amplitudu kmitů tyčky můžeme zanedbat vůči výšce výskoku.

Simulace

Inspirace z videa:

Rychlost kuličky po odrazu:

$$v_{n+1} = v_n + 2u \cdot \cos\left(2\pi \frac{t_n}{T}\right)$$

Výška výskoku spočítaná ze ZZME:

$$h_{n+1} = \frac{v_{n+1}^2}{2g}$$

Simulace

$$t_{n+1} = t_n + \frac{2v_n}{g}$$

$$v_{n+1} = v_n + 2u \cdot \cos\left(2\pi \frac{t_n}{T}\right)$$

$$h_{n+1} = \frac{v_{n+1}^2}{2g}$$

- Jaké hodnoty zadat do simulace?
- Přidat koeficient restituce?
- Nezanedbávat kmity tyčinky?



Děkuji za pozornost 😊