



## Příklad protokolu a rozboru úlohy Turnaje mladých fyziků



### Předmluva

Otázky jako „co vlastně od soutěžících v TMF očekáváme“ jsou stejně staré jako Turnaj sám. Na rozdíl od předmětových olympiád, kde lze zpravidla objektivně rozhodnout, co je správné a co chybné řešení, je situace v TMF mnohem pestřejší a o to náročnější na hodnocení. Důležité je proto vycházet z ověřených informací, provádět relevantní experimenty, vyvíjet vhodné modely, a hlavně využívat korektní postupy při vyvozování jednotlivých závěrů. Cílem pak je co možná nejhlubší pochopení jevu a fyzikálních principů v úloze a vysvětlení problematiky soupeřům i porotcům. Očekávání se přirozeně s vyššími koly zvětšují. Níže uvedená ukázka protokolu řešení a rozboru řešení, obojí vycházející z úlohy č. 14 – *Trik s pravítkem* z 37. ročníku TMF by měla ilustrovat očekávání pro okresní a krajské kolo soutěže:

**Zadání úlohy:** *Na hranu stolu položte pravítko a na jeho volný konec hod'te míček či kuličku. Pravítko spadne. Ovšem když překryjete část pravítka papírem a hod zopakujete, pak pravítko zůstane na stole, zatímco míček či kulička se odrazí. Vysvětlete tento jev a prozkoumejte relevantní parametry.*

Ukázka protokolu je sestrojena tak, aby na jednu stranu poskytovala představu, jak by mělo vypadat a co by mělo obsahovat solidní řešení do okresního kola TMF. Současně ale obsahuje nemálo slabých míst, aby vznikl dostatečný prostor pro kritický rozbor úlohy a alespoň drobnou ukázkou rozmanitého spektra nástrah, s nimiž se oponent bude muset vypořádávat v krajském kole. Nejedná se zdaleka o vyčerpávající seznam nějakých chytáků, spíš jsem se při volbě snažil zohledňovat podněty a problémy, s nimiž jsem se v poslední době setkával jak v TMF, tak v reálném vědeckém světě. I z toho důvodu ukázka rozboru nedidakticky nesplňuje předepsaný limit 1 strany A4. Záměrem je i to, že v rozboru nejsou postiženy úplně všechny problémy protokolu – najdete ty zbývající?

Věřím, že si při čtení uvedeného příkladu protokolu uvědomíte, jak moc by vám pomohlo schéma experimentu doprovázené čitelnými fotografiemi reálné situace, a jak těžko se bez jakéhokoliv schématu někdy zpětně dovozuje, co vlastně řešitelé dělali. Pro úplnost jsou proto oba obrázky připojeny na konci dokumentu (v protokolu je samozřejmě nezapomeňte přiložit ihned, bez vyvání).

Mnoho zadání úloh TMF končí větou typu „prozkoumejte vliv relevantních parametrů“. Nejde o to uvést výčet všech možných parametrů. Jde o identifikaci právě těch parametrů, které souvisí s fyzikálními jevy v úloze, a o prozkoumání a pochopení jejich vlivu. Nelze samozřejmě zkoumat vše, některé parametry musíme (nebo bychom se alespoň měli snažit) držet v rámci celé práce konstantní. V každém případě je nutné vše pečlivě dokumentovat, poskytnout čtenáři dostatek informací k tomu, aby jednak mohl pochopit, co jste přesně dělali, a jednak aby mohl vaše měření nebo výpočty zopakovat, přesvědčit se, že dostane stejné výsledky a že vy jste tedy ve své práci neudělali fatální chybu. Příklad je konstruován tak, abyste si sami mohli uvědomit, jak málo informací stačí někdy neuvést, aby bylo možné práci výrazně otrást.

Velký dík patří Šimonovi Kosovi za cenné připomínky.

Hynek Němec, Praha, 28. listopadu 2024



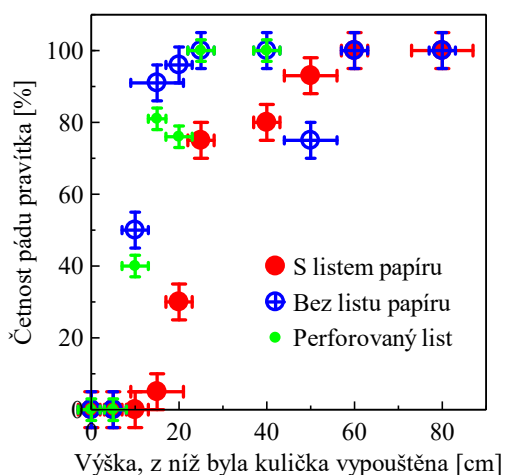
## Příklad protokolu a rozboru úlohy Turnaje mladých fyziků



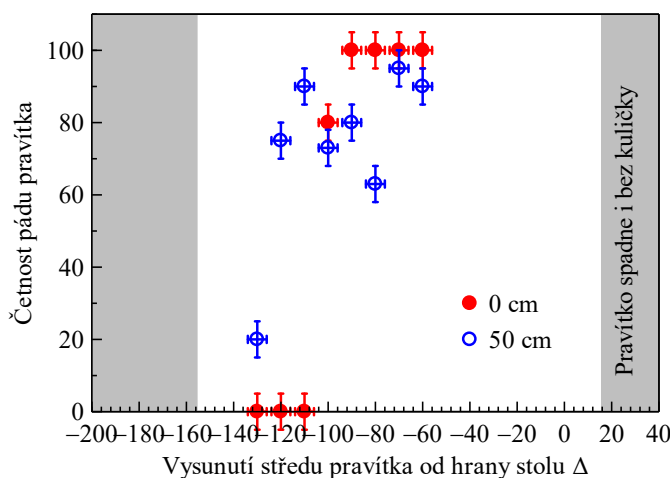
### Příklad protokolu do okresního kola

Položíme-li pravítko přes hranu stolu tak, aby těžiště zůstalo nad deskou stolu, pak pravítko zůstane bez dalšího silového působení ležet. Překrytí konce pravítka ležícího na stole tuto rovnováhu neporuší. Chování se ale začne lišit, jakmile na volný konec pravítka upustíme dostatečně těžký předmět: samotné pravítko padá, zatímco pravítko překryté listem papíru zůstává ležet. Rozdíl může být způsoben v principu dvěma jevy: posunutím těžiště soustavy pravítko + list papíru oproti samotnému pravítku, a vznikem podtlaku pod listem papíru.

V našich experimentech jsme použili klasické třiceticentimetrové školní pravítko (délka = 310 mm, šířka = 25 mm, tloušťka = 2 mm, hmotnost  $m_p = 23$  g); toto jsme umístili přes hranu školní lavice s umakartovým povrchem tak, aby volný konec pravítka přesahoval hranu stolu o 140 mm. Na volný konec pravítka jsme nechávali dopadat ocelovou kuličku o průměru 5 mm a hmotnosti  $m_k = 50$  g. Používali jsme běžný kancelářský papír formátu A4 (297 mm × 210 mm) o gramáži 120 g/m<sup>2</sup>, jeden list papíru tedy vážil  $m_{A4} = 7,48$  g. Kuličku jsme vždy vypouštěli z ruky; pokaždé jsme ji nechávali dopadnout 20×, přičemž jsme zaznamenávali relativní četnost, s níž pravítko spadlo. Zaměřili jsme se na vliv výšky, ze které byla kulička vypouštěna, a vysunutí středu pravítka od hrany stolu.



**Obr. 1:** Relativní četnost pádu pravítka v závislosti na výšce na pravítkem, z níž byla kulička vypouštěna.



**Obr. 2:** Relativní četnost pádu pravítka v závislosti na vysunutí jeho středu od hrany stolu. Data označená jako „0 cm“ jsou pro jemné položení kuličky na pravítko, data „50 cm“ pak pro kuličku upuštěnou z této výšky. V obou případech byla listem papíru A4 překryta polovina pravítka.

Podle očekávání je ke spadnutí pravítka vždy nutné upustit kuličku z jisté minimální výšky; potřebná výška se při překrytí pravítka papírem přibližně zdvojnásobí (obr. 1). Chování se ale výrazně změní, je-li v listu papíru vytvořena sada děr (pravidelná mřížka 6 × 4, každá díra o průměru 4 cm, vystříhané části nebyly odstraněny, byly pouze vyhnuty). V tomto případě nedochází k podstatné změně rozložení hmoty, zatímco se



## Příklad protokolu a rozboru úlohy Turnaje mladých fyziků



výrazně zvětšuje možnost nasávání vzduchu pod list papíru a dochází tedy k rychlejší eliminaci podtlaku. Minimální výška pouštění kuličky s perforovaným papírem tak je prakticky stejná jako v případě, že pravítko listem papíru překryté není. Z této diskuse vyplývá, že pro daný systém je zásadní vznik podtlaku, zatímco změna polohy těžiště má vliv spíše druhořadý.

Pokud kuličku na pravítko pouze položíme, můžeme systém považovat za statický a vyšetřovat tak pouze rovnováhu sil soustavy pravítko + list papíru + kulička. Těžiště samotného pravítka se nachází v jeho středu, zatímco těžiště uvedené soustavy se oproti středu posune o vzdálenost

$$\Delta_{\max} = \frac{\frac{l_{A4}}{2} m_{A4} - \frac{l_p}{2} m_k}{m_p + m_{A4}} = -101 \text{ mm} \quad (1)$$

kde  $l_{A4}$  je rozměr listu papíru (uvažujeme, že list papíru kryje pouze polovinu pravítka). Musíme tedy pravítko o 101 mm zasunout, aby při opatrném položení kuličky nespadlo.

Samotné pravítko jsme také zkoušeli opatrně naklánět; pozorovali jsme, že existuje kritický náklon  $\alpha_{\text{crit}} = 15^\circ \pm 5^\circ$ , při němž pravítko začíná klouzat. Tento náklon v rámci chyby měření nezávisel na vysunutí středu pravítka; uvedená odchylka odpovídá odhadované přesnosti měření úhlu náklonu.

K dosažení uvedeného náklonu je zapotřebí zvýšit potenciální energii systému o

$$E_{\text{crit}} = \tan \alpha_{\text{crit}} \left[ m_{A4} \left( \frac{l_{A4}}{2} - \Delta \right) - m_p \Delta \right], \quad (2)$$

kde  $\Delta$  je vysunutí středu pravítka vzhledem k hraně stolu. Tuto energii je možné dodat pádem kuličky z výšky [1]

$$h_{\text{crit}} = \frac{E_{\text{crit}}}{m_k g} = \tan \alpha_{\text{crit}} \left[ \frac{m_{A4}}{m_k} \left( \frac{l_{A4}}{2} - \Delta \right) - \frac{m_p}{m_k} \Delta \right]. \quad (3)$$

Tato rovnice tak udává, jak by měla záviset minimální výška, z níž je potřeba pustit kuličku, aby pravítko spadlo, na vysunutí pravítka  $\Delta$ . V tomto modelu předpokládáme, že kulička nezmění podmínky statické rovnováhy (tzn. nezůstane přilepená v místě dopadu pravítka). Tento model také není schopen postihnout, zda kulička skutečně potřebnou energii předá (dopadne-li těsně ke hraně stolu, pravítko neotočí, protože moment působící síly bude zanedbatelný; pak se tedy jedná skutečně o spodní odhad). Tento spodní odhad udává minimální potřebnou výšku na úrovni několika málo centimetrů (obr. 3). Je to na jednu straně výrazně méně, než pozorovaná potřebná výška ( $\approx 20$  cm, obr. 1 a 3), na druhou stranu se ale jedná o konzistentní spodní odhad (experimentálně pozorovaná hodnota je vyšší).

Při nárazu kuličky na pravítko se kulička odráží, část energie se přitom přeměňuje na kinetickou energii otáčivého pohybu pravítka. V experimentech jsme pozorovali, že kulička naráží na pravítko opakovaně a v podstatě nepředpověditelně. Toto do značné míry vysvětluje velký rozptyl pozorovaných výšek na obr. 3. Současně je víceméně zřejmé, že existuje jenom velmi malý rozsah vysunutí pravítka  $\Delta$  ( $-100$  –  $-150$  mm), v němž má smysl experimenty provádět. Dohromady vše znamená, že závislost  $h_{\text{crit}}(\Delta)$  nelze rozumně proměřit, a tak potvrdit nebo vyvrátit, zda klesá lineárně, podobně jako předpověď pro spodní odhad.

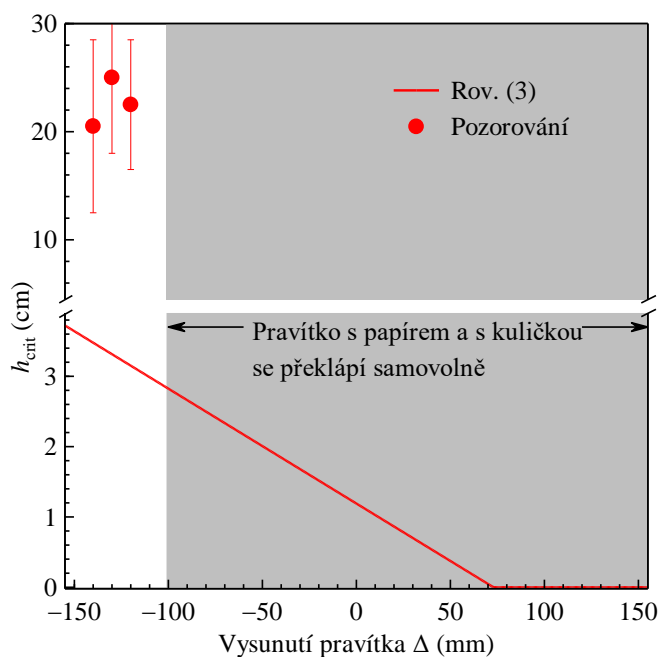
V pokračujícím řešení se zaměříme na zajištění opakovatelnosti vypouštění



## Příklad protokolu a rozboru úlohy Turnaje mladých fyziků



kuličky: dokončujeme vypouštění pomocí elektromagnetu; kulička bude navíc vypouštěna pomocí lehce nakloněného žlabu. Kromě opakovatelnosti pozice dopadu na pravítko dojde vlivem nenulové složky rychlosti k eliminaci násobných nárazů kuličky na pravítko a tak ke zjednodušení úlohy. Díky tomu bude mít smysl pustit se do teoretického popisu srážky: je nutné si uvědomit, že se efektivně jedná o ráz tuhého tělesa s tělesem ne zcela tuhým, k čemuž je nutné využít popis daleko za hranicemi středoškolské fyziky (relevantní popis časového průběhu takové srážky je např. v kapitole 5 práce [2]). Posledním stavebním kamenem je kompenzace podtlaku nasáváním vzduchu mezerou mezi papírem a stolem. Při dostatečně malém průřezu mezery se při dopadu koule nestačí vzduch nasát a pravítko nespadne, zatímco při dostatečně velkém průřezu se za dobu trvání srážky může podtlak vyrušit. Připravujeme proto experimenty s proměnným průřezem této mezery, jíž může být nasáván vzduch (podrobná závislost na perforaci listu papíru, kontrolované zvětšení štěrbin mezi listem a stolem pomocí distančních podložek nebo naopak zmenšení mezery s využitím tenčího a tedy ohebnějšího papíru).



**Obr. 3:** Výška, ze které je potřeba pustit kuličku, aby pravítko spadlo: srovnání spodního odhadu pomocí rovnice (3) a pozorování.

Pozorování zobrazují výšku, pro níž relativní četnost dosahuje cca 50 %, chybové úsečky pak naznačují polohu hladin relativní četnosti na úrovni 25 a 75 % (ve všech případech se vzhledem k velkému rozptylu výsledků jedná o odhad z vyhlazené závislosti četnost vs. výška).

### Shrnutí

Měřili jsme četnost pádů pravítka částečně překrytého papírem v závislost na výšce, z níž jsme pouštěli kuličku, a na vysunutí středu pravítka od hrany stolu. Zjistili jsme, že klíčovým jevem zodpovědným za stabilitu tohoto systému je podtlak vzniklý pod papírem, a dále že k pádu dochází při naklonění pravítka o kritický úhel. V teoretickém popisu jsme se omezili na popis rovnováhy sil v tuhé soustavě (pravítko + list papíru + kulička) a na odhad potřebné výšky pádu kuličky na základě energie potřebné k náklonu soustavy o kritický úhel.

### Použitá literatura

- [1] Albert Einstein, Pojednání o vlastnostech kapalně rtuti. Z. Phys. **135** (1839).
- [2] W. Goldsmith, Impact. The Theory and Physical behaviour of colliding solids. London, Arnold (1960).



## Příklad protokolu a rozboru úlohy Turnaje mladých fyziků



### Kontrolní otázky

Pokud je vám vše z protokolu jasné, tak jistě budete schopni bez problému zodpovědět následující otázky:

- Může výsledek experimentů záviset na orientaci listu papíru? Pokud ano, jak byl v jednotlivých experimentech orientován?
- Jak velká část listu překrývala pravítko?
- Odkud se bere vztah (1)?
- Proč je znaménko ve vztahu (1) záporné a čemu by odpovídalo znaménko kladné?
- Jak velká je ocelová kulička o hmotnosti 50 g?
- Jakým způsobem experimentátor zajistil, že kuličkou upuštěnou z jednoho metru vůbec pravítko zasáhne?
- Jaký je význam chybových úseček relativní četnosti měření?



## Příklad protokolu a rozboru úlohy Turnaje mladých fyziků



### Příklad rozboru

Řešení je převážně experimentální (především měření četnosti pádu pravítka v závislosti na vysunutí jeho středu od hrany stolu a na výšce vypouštění kuličky) a je doplněno základními teoretickými odhady vycházejícími ze statické rovnováhy a z předpokladu 100% předání energie dopadající kuličky systému pravítka + list papíru. Protokol obsahuje i velmi důležitá pozorování a závěry, týkající se vlivu podtlaku a existence kritického úhlu náklonu, při němž začíná pravítka klouzat; je škoda, že tyto zásadní partie nejsou rozvedeny detailněji; cítím, že toto jsou přesně jevy, které jsou k pochopení úlohy zásadní. Celkový přístup k řešení je jinak rozumný a výsledky jsou smysluplné. V práci je naproti tomu řada významných věcných problémů.

Na základě uvedeného průměru a hmotnosti dopadající koule (5 mm, 35 g) vychází její hustota  $760\,000\text{ kg/m}^3$ . Takovouto hustotu nemá za normálních podmínek žádná známá látka, lze tedy mít za to, že alespoň jeden z parametrů je uveden chybně. Neobstojí ani vysvětlení, že by byl zaměněn poloměr a průměr.

V protokolu není uvedena orientace listu papíru ani část pravítka, kterou list papíru překrývá. Umístění listu papíru vůči pravítka spolu s jeho orientací přitom určuje polohu těžiště soustavy pravítka + list papíru, která rozhoduje o tom, zda se pravítka převáží při „dopadu“ kuličky již z nulové výšky. Velmi užitečné by bylo schéma, ze které by byla na první pohled patrná geometrie celého uspořádání [není například zřejmé, jakou situaci popisují rovnice (1) a (2), není ani jasné, z čeho tyto vztahy vycházejí].

Není zdokumentováno, na jaké místo pravítka kulička dopadala. Jedná se přitom o zcela zásadní parametr: pokud kulička dopadá na pravítka těsně u hrany stolu, je působící moment síly prakticky nulový a překlopení natož pád pravítka nelze očekávat. Naproti při dopadu na konec pravítka by měl být systém vůči narušení rovnováhy nejcitlivější. Při uvedeném pouštění kuličky z volné ruky navíc nelze zajistit dobrou reprodukovatelnost měření: u pádu z metrové výšky lze bez dalších zařízení očekávat rozptýl místa dopadu na úrovni minimálně jednotek centimetrů, tzn. nejenom, že není zřejmé, na jaké konkrétní místo pravítka kulička dopadala, ale lze mít pochybnosti i o tom, zda bylo pravítka vůbec zasaženo (či zda kulička nezasáhla jenom hranu pravítka).

Na obr. 1 je zarážející, že chybové úsečky zasahují do nefyzikálních oblastí (záporná výška upouštění pravítka, četnost pozorování mimo interval 0 – 100 %). V protokolu nikde není uvedeno ani diskutováno, co konkrétní chybové úsečky vyjadřují (chyba v měření výšky dosahující pro některé body až  $\pm 6\text{ cm}$  naznačuje, že vypouštění kuličky není moc pod kontrolou; i při měření výšky kuličky volně vypouštěné z ruky by neměl být problém dostat se na úroveň přesnosti  $\pm 1\text{ cm}$ ). Není diskutován důvod, proč při pádu kuličky právě z 50 cm na nepříkryté pravítka najednou klesne četnost pádu pravítka pod 80 % zatímco pro okolní výšky se stále jedná o 100 % jistotu.

Významný podtlak může v zásadě vznikat i pod pravítkem, a to za předpokladu, že je povrch stolu i pravítka „dokonale“ hladký – o tom, že se v extrémním případě může jednat o nesmírně silný jev, se lze přesvědčit například dvojicí čistých hladkých podložních sklíček mikroskopu přitisknutých na sebe. Na základě měření a údajů z protokolu nelze rozhodnout, zda převládá podtlak pod pravítkem (jedná se sice o menší plochu, ale současně o velmi úzkou štěrbinu, kterou se může vzduch nasávat), nebo o podtlak pod listem papíru (větší plocha, ale současně mnohem širší prostor, kudy se vzduch může nasávat).



## Příklad protokolu a rozboru úlohy Turnaje mladých fyziků



Z formálních chyb je nutné upozornit na scházející jednotky v grafu na obr. 2 a na zapomenutou gravitační konstantu v rovnici (2). Reference [1] je s vysokou pravděpodobností nesmyslná – kromě toho, že podle názvu článku s úlohou nesouvisí mi není známo, že by se Albert Einstein 40 let před svým narozením zabýval vlastnostmi kapalné rtuti. Navíc tato reference není nikde v textu citovaná.

Předložené řešení se tak jeví poměrně rozporuplně. Na jednu stranu byla provedena řada experimentů, které dobře vyšetřují podstatu jevu, byl sestrojen jednoduchý kvantitativní teoretický model za velmi zjednodušujících předpokladů, a byly popsány klíčové fyzikální procesy zodpovědné za jev ze zadání. I zde je ale potřeba vytknout, že hlavní jev – podtlak, nebyl zkoumán podrobněji – je pouze zmíněno, že relevantní experimenty jsou teprve připravovány.

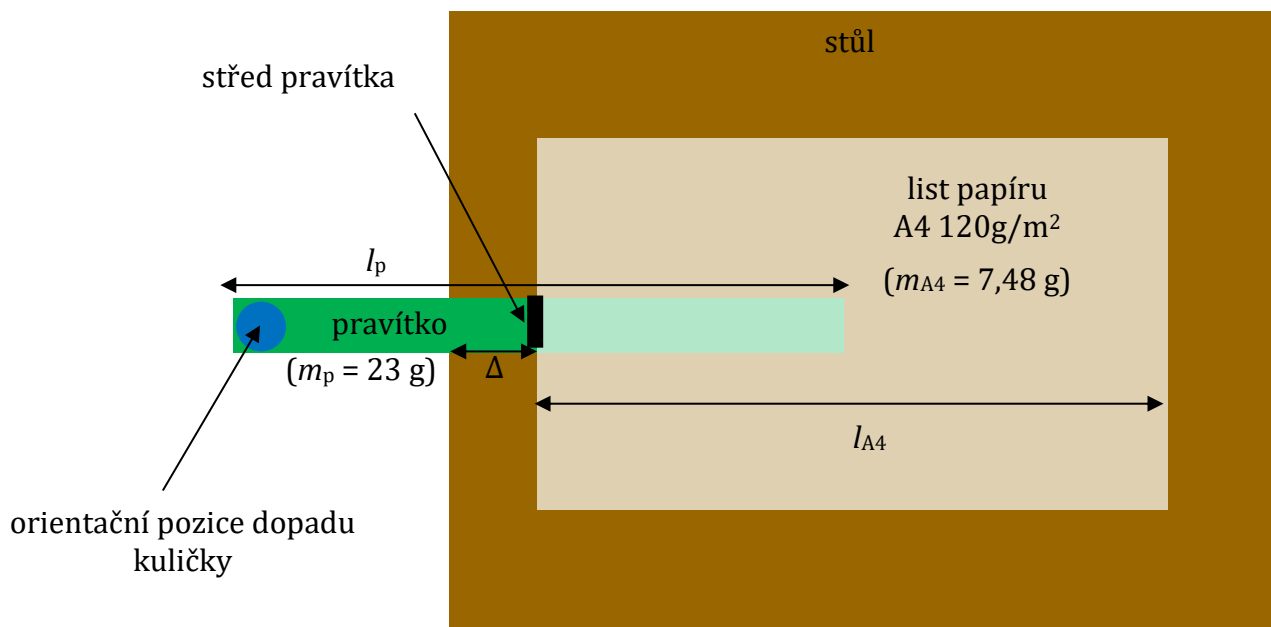
Na druhou stranu v protokolu nejsou uvedeny zcela zásadní parametry měření, kvůli čemuž nejsou předkládané výsledky ověřitelné nezávislým experimentem. Protokol také obsahuje nemálo nefyzikálních hodnot.



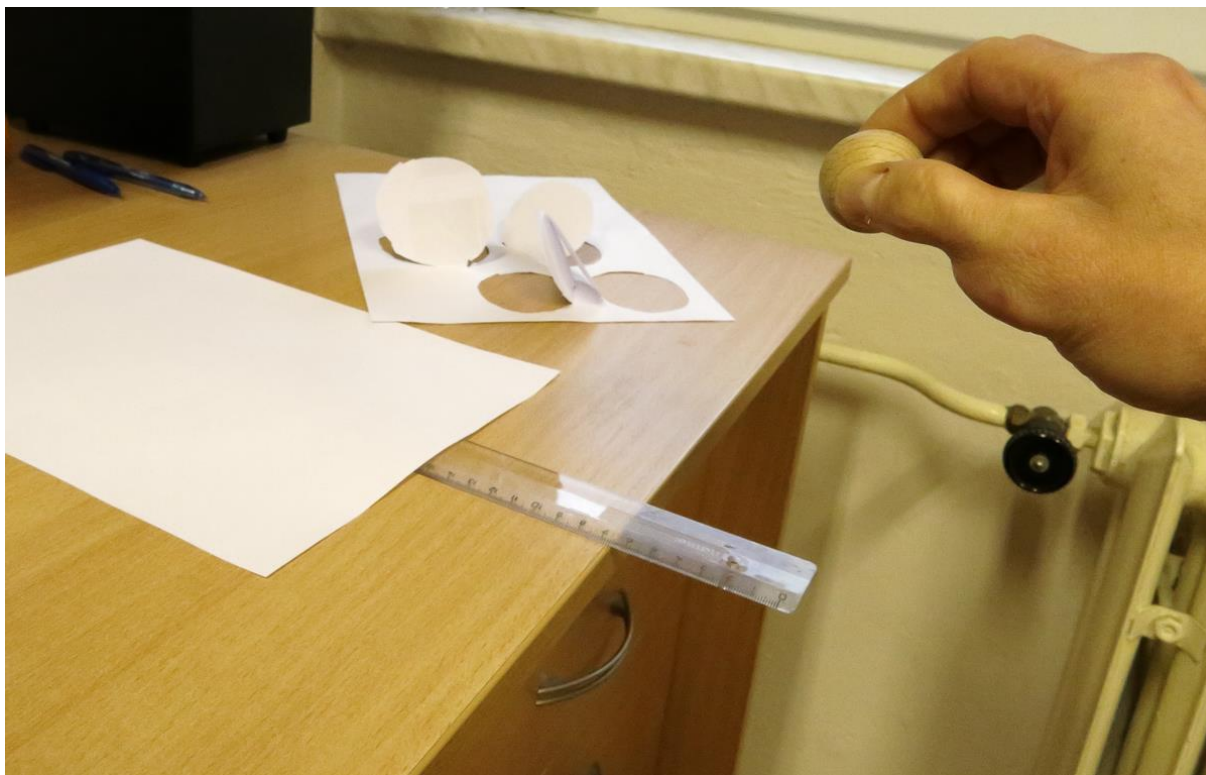
## Příklad protokolu a rozboru úlohy Turnaje mladých fyziků



### Doplněk: Schéma a fotografie



Obr. A: Schéma experimentálního uspořádání. Naznačené vysunutí středu pravítka oproti hraně stolu odpovídá záporné hodnotě  $\Delta$ .



Obr. B: Fotografie experimentálního uspořádání (použité pravítko a kulička spouštěná volně z ruky na konec pravítka). V pozadí je používaný list papíru s otvory.





## Příklad protokolu a rozboru úlohy Turnaje mladých fyziků



### Další problémy/nejasnosti nezmíněné v oponentuře

Co dovodíte z fotografie:

- Materiál, hmotnost a velikost kuličky
- Velikost a počet otvorů v listu papíru
- Přesnost vycentrování pravítka vůči listu papíru

Na obr. 1 i 2 jsou jiné hodnoty než násobky pěti, které by odpovídali 20 pokusům.

Pro silně záporné hodnoty  $\Delta$  přesahuje pravítko hranu stolu o velmi málo (3.5 cm pro  $\Delta = -120$  mm), v kterémžto případě už je kritické, jak daleko od hrany stolu dopadne kulička.

Údaj na začátku protokolu, že „volný konec pravítka přesahoval hranu stolu o 140 mm“ (čemuž odpovídá  $\Delta = -15$  mm) je ve světle dalších údajů přinejmenším podezřelý. V zásadě by mohl být správný, pokud by kulička dopadala na pravítko blízko hrany stolu, nebo pokud by byla výrazně lehčí, než uváděných 50 g. Příliš nízkou hmotnost ale vylučuje obr. 2 – i při pouhém položení kuličky nemůže pravítko přečnívat o více než 55 mm, jinak padá... Když uvážím, že koule na fotografii vypadá jako dřevěná, a při velikosti odhadem 2 cm bude vážit tak 10 g, tak se nemohu ubránit pocitu, že údaje uváděné v protokolu jsou vzájemně velmi nekonzistentní – zjevně nejde o jednu tiskovou chybu, ale o celou řadu věcných chyb.